



Prefeitura Municipal de Grão-Pará

ESTADO DE SANTA CATARINA

SECRETARIA MUNICIPAL DE EDUCAÇÃO E CULTURA

COMPONENTE CURRICULAR: MATEMÁTICA

CARGA HORÁRIA SEMANAL DA ATIVIDADE: 04 AULAS

TURMA: ENSINO MÉDIO – BLOCO B

PLANEJAMENTO SEMANAL: 20 A 24 DE JULHO 2020

ATIVIDADES DE APRENDIZAGEM

SOMA DOS TERMOS DE UMA P.A. FINITA

Considere a **PA** finita:

(5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19).

Note que:

- **5 e 19** são extremos;
- **7 e 17** são termos equidistantes dos extremos;
- **9 e 15** são termos equidistantes dos extremos;
- **11 e 13** são termos equidistantes dos extremos.

Observe:

$5 + 19 = 24$ → soma dos extremos

$7 + 17 = 24$ → soma de dois termos equidistantes dos extremos

$9 + 15 = 24$ → soma de dois termos equidistantes dos extremos



Prefeitura Municipal de Grão-Pará

ESTADO DE SANTA CATARINA

SECRETARIA MUNICIPAL DE EDUCAÇÃO E CULTURA

$11 + 13 = 24 \rightarrow$ soma de dois termos equidistantes dos extremos

Baseada nessa ideia, existe a seguinte propriedade:

Numa PA finita, a soma de dois termos equidistantes dos extremos é igual a soma dos extremos.

Através desta propriedade, podemos descobrir a fórmula para a soma dos n termos de uma **PA**:

Vamos considerar a **PA** finita $(a_1, a_2, a_3, \dots, a_{n-2}, a_{n-1}, a_n)$. Podemos representar por S_n a soma dos termos dessa **PA**.

Como a soma de dois termos equidistantes dos extremos é igual a soma dos extremos, a

soma da **PA** é dada pela soma dos extremos vezes a metade do número de termos $\left(\frac{n}{2}\right)$, pois em cada soma estão envolvidos dois termos.

$$(a_1, a_2, a_3, \dots, a_{n-2}, a_{n-1}, a_n)$$
$$S_n = (a_1 + a_n) \frac{n}{2}$$

Assim, temos a **fórmula** da soma dos n termos de uma **PA**:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}$$

S_n = soma dos n termos

a_1 = primeiro termo

a_n = enésimo termo

n = número de termos

Observação: Através dessa fórmula, podemos calcular a soma dos n primeiros termos de uma **PA** qualquer, basta determinarmos o número de termos que queremos somar.

Exemplo 1 - Qual a soma dos **10** primeiros termos da **PA** $(1, 4, 7, \dots)$?

Resolução



Prefeitura Municipal de Grão-Pará

ESTADO DE SANTA CATARINA

SECRETARIA MUNICIPAL DE EDUCAÇÃO E CULTURA

Primeiramente, temos de descobrir qual é o 10º termo dessa PA:

$$a_1 = 1$$

$$r = 3$$

$$n = 10$$

$$a_n = a_{10} = ?$$

$$a_n = a_1 + (n-1)r \Rightarrow a_{10} = 1 + (10-1)3 \Rightarrow a_{10} = 1 + 9 \cdot 3 \Rightarrow a_{10} = 28$$

Conhecendo o valor do 10º termo, podemos calcular a soma dos **10 primeiros termos** dessa PA:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2} \Rightarrow S_{10} = \frac{(1+28)10}{2} \Rightarrow S_{10} = 145$$

Portanto, a soma dos **10 primeiros termos** da PA (1, 4, 7, ...) é **145**.

Exemplo 2 - A soma dos n primeiros números pares positivos de uma PA é 132. Encontre o valor de n.

Resolução

Primeiramente, vamos descobrir qual é o enésimo termo a_n :

$$a_1 = 2$$

$$r = 2$$

$$a_n = a_1 + (n-1)r \Rightarrow a_n = 2 + (n-1)2 \Rightarrow a_n = 2 + 2n - 2 \Rightarrow a_n = 2n$$

Substituindo na fórmula da soma dos termos:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2} \Rightarrow 132 = \frac{(2 + 2n)n}{2} \Rightarrow 132 = \frac{2(1+n)n}{2} \Rightarrow 132 = n + n^2$$

$$\Rightarrow n + n^2 - 132 = 0 \Rightarrow n = \frac{-1 \pm \sqrt{529}}{2} \Rightarrow n = 11 \text{ ou } n = \cancel{-12}$$

Portanto, a soma dos 11 primeiros números pares positivos é 132.



Prefeitura Municipal de Grão-Pará

ESTADO DE SANTA CATARINA

SECRETARIA MUNICIPAL DE EDUCAÇÃO E CULTURA

Exemplo 3 - Dada a PA (2, 4, 6, 8, 10, ...), calcule a soma dos seus 100 primeiros termos.

Resolução:

Para calcular essa soma, é necessário conhecer o último termo dessa PA. Para tanto, usaremos a fórmula do termo geral de uma PA.

$$a_n = a_1 + (n - 1)r$$

$$a_{100} = 2 + (100 - 1)2$$

$$a_{100} = 2 + (99)2$$

$$a_{100} = 2 + 198$$

$$a_{100} = 200$$

Agora, usando a fórmula para soma dos n primeiros termos de uma PA, teremos:

$$S_{100} = \frac{100(2 + 200)}{2}$$

$$S_{100} = \frac{100(202)}{2}$$

$$S_{100} = \frac{20200}{2}$$

$$S_{100} = 10100$$

VIDEOAULA



<https://www.youtube.com/watch?v=9X07uRgXdE8>



<https://www.youtube.com/watch?v=YsvXu8S4Y9U>

ATIVIDADES

1 - Determine o número de termos de uma P.A finita sendo que sua soma é 10, o primeiro termo é -10 e o último é 14.



Prefeitura Municipal de Grão-Pará

ESTADO DE SANTA CATARINA

SECRETARIA MUNICIPAL DE EDUCAÇÃO E CULTURA

2 - (PUC/RJ – 2008) - A soma de todos os números naturais ímpares de 3 algarismos é:

() 220000 () 247500 () 277500 () 450000 () 495000

3 - (PUC/RJ – 2009)- Temos uma progressão aritmética de 20 termos onde o primeiro termo é igual a 5. A soma de todos os termos dessa progressão aritmética é 480. O décimo termo é igual a:

() 20 () 21 () 22 () 23 () 24

4 - Com o intuito de construir um jogo novo, foram colocados sobre um tabuleiro de xadrez grãos de arroz da seguinte maneira: na primeira casa, foram colocados 5 grãos; na segunda, 10; na terceira, 15; e assim por diante. Quantos grãos de arroz foram usados nesse tabuleiro?

() 5050 () 6060 () 20400 () 10400 () 20800

5 - Um teatro possui 51 fileiras de poltronas. Na primeira fileira existem 13 poltronas, na segunda 17, na terceira 21, e assim por diante. Mantendo-se esse padrão no número de poltronas por fileira, podemos dizer que esse teatro possui quantos assentos ?

6 - Determine a soma dos múltiplos de 4 existem entre 113 e 625?

7 - Qual a soma dos trinta primeiros termos da P.A.: (20 , 15, 10,...)?

8 - Um atleta corre 500m a mais do que no dia anterior: Sabendo-se que ao final de 15 dias ele correu um total de 67500m, o número de metros percorridos do 3º dia foi:

() 1000 () 1500 () 2000 () 2500 () 2600

