COMPONENTE CURRICULAR: MATEMÁTICA

CARGA HORÁRIA SEMANAL DA ATIVIDADE: 04 AULAS

TURMA: ENSINO MÉDIO – BLOCO C

PLANEJAMENTO SEMANAL: 12 A 16 DE OUTUBRO 2020

ATIVIDADES DE APRENDIZAGEM

DETERMINANTE DE UMA MATRIZ QUADRADA DE ORDEM N MAIOR QUE 3

Para calcular o determinante de uma matriz quadrada de ordem n > 3, aplicaremos o Teorema de Laplace.

TEOREMA DE LAPLACE

O Teorema de Laplace é um método para calcular o determinante de matrizes quadradas de ordem *n*. Normalmente, é utilizado quando as matrizes são de ordem igual ou superior a 4.

Esse método foi desenvolvido pelo matemático e físico Pierre-Simon Laplace (1749-1827).

Para calcular os determinantes, devemos seguir os seguintes passos:

1 - Selecionar uma fila (linha ou coluna), dando preferência a fila que contenha a maior quantidade de elementos igual a zero, pois torna os cálculos mais simples;

2 - Somar os produtos dos números da fila selecionada pelos seus respectivos cofatores.

Relembrando … Cofator

O cofator de uma matriz de ordem n ≥ 2 é definido como:
$A_{ij} = (-1)^{i+j} \cdot D_{ij}$
Onde:
A_{ij}: cofator de um elemento a_{ij}
i: linha onde se encontra o elemento
j: coluna onde se encontra o elemento
D_{ij}: é o determinante da matriz resultante da eliminação da linha i e da coluna j.

Exemplo: Encontre o determinante da matriz B, indicada abaixo.

$$B = \begin{bmatrix} 4 & 5 & -3 & 0 \\ 2 & -1 & 3 & 1 \\ 1 & -3 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & -2 & 5 \end{bmatrix}$$

Solução: Vamos selecionar a linha 1, já que nela há um elemento igual a zero.

$$D = \begin{vmatrix} 4 & 5 & -3 & 0 \\ 2 & -1 & 3 & 1 \\ 1 & -3 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & -2 & 5 \end{vmatrix}$$

O determinante será encontrado fazendo:

$$D = \Sigma\, a_{ij} \cdot A_{ij}$$

$$D = \underbrace{a_{11}}_{\text{Linha 1}} \cdot \underbrace{A_{11}}_{\text{Coluna 1}} + \underbrace{a_{12}}_{\text{Linha 1}} \cdot \underbrace{A_{12}}_{\text{Coluna 2}} + \underbrace{a_{13}}_{\text{Linha 1}} \cdot \underbrace{A_{13}}_{\text{Coluna 3}} + \underbrace{a_{14}}_{\text{Linha 1}} \cdot \underbrace{A_{14}}_{\text{Coluna 4}}$$

$$D = 4 \cdot A_{11} + 5 \cdot A_{12} + (-3) \cdot A_{13} + 0 \cdot A_{14}$$

A partir daqui, como zero multiplicado por qualquer número é zero, o cálculo fica mais simples, pois neste caso A14 não precisa ser calculado.

Vamos então calcular cada cofator:

$$A_{11} = (-1)^{1+1} \cdot \begin{vmatrix} -1 & 3 & 1 \\ -3 & 2 & 1 \\ 2 & -2 & 5 \end{vmatrix} = 1.41 = 41 \qquad A_{12} = (-1)^{1+2} \cdot \begin{vmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & -2 & 5 \end{vmatrix} = -1.7 = -7$$

$$A_{13} = (-1)^{1+3} \cdot \begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & -3 & 1 \\ 0 & 2 & 5 \end{vmatrix} = 1.(-27) = -27$$

Note que para determinar o cofator é necessário calcular o determinante de cada matriz de ordem 3 indicada acima. Para esse tipo de matriz, o método mais fácil é aplicar a regra de Sarrus .

Substituindo os valores encontrados na expressão do determinante, temos:

D = 4 . 41 + 5 . (-7) + (-3) . (-27) = 164 - 35 + 81 = 210

Chegamos ao resultado 210, que é o determinante dessa matriz 4x4 ou matriz de 4.ª ordem.

DICA – VIDEOAULA

Teorema de Laplace:

https://www.youtube.com/watch?v=fFtfxxV8BQs

https://www.youtube.com/watch?v=DbxcfvlwkjE

EXERCÍCIOS

1 - Calcule os seguintes determinantes, aplicando **o Teorema de Laplace**:

a) $\begin{vmatrix} 2 & 3 & -1 & 2 \\ 0 & 4 & -3 & 5 \\ 1 & 2 & 1 & 3 \\ 0 & 4 & 1 & 0 \end{vmatrix}$

b) $\begin{vmatrix} -1 & 3 & -1 & 4 \\ 2 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 1 & -2 \end{vmatrix}$

c) $\begin{vmatrix} 3 & -1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 5 & 4 \\ 3 & 2 & 1 & 0 \\ -1 & 4 & -2 & 3 \end{vmatrix}$

Rua Barão do Rio Branco, nº 187 - Centro – Grão-Pará/SC
Fone: (48) 3652-1177/1399 ramal 22– e-mail: educacaogpa@gmail.com
Site: www.graopara.sc.gov.br